مطالعهٔ عددی اثر زاویهٔ اریب در کانال مرکب با سیلاب‌دشت‌های مورب بر اندرکنش بین جریان در کانال اصلی و سیلاب‌دشت‌ها*

(یادداشت پژوهشی)

محمدمهدی سیف[۱] بهرام رضائی[۲]

چکیده *در این تحقیق تلاش شده‌است که میدان جریان شامل توزیع سرعت و تنش برشی مرزی در کانال‌های مرکب با سیلاب‌دشت‌های مورب برای دو زاویهٔ اریب ۵/۱ و ۹/۲ درجه و عمق‌های نسبی ۰/۱۵، ۰/۲۴، ۰/۴۱ و ۰/۵۰ به‌صورت عددی شبیه‌سازی شود. به این منظور از مدل آشفتگی k–ε و نرم‌افزار ANSYS-CFX استفاده شده‌است. نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی توزیع سرعت و تنش برشی در دو مقطع انتخاب و با داده‌های به‌دست‌آمده در آزمایشگاه هیدرولیک مستقر در والینگفورد (Flood Channel Facility) کشور انگلستان مقایسه شده‌است. بررسی‌ها نشان‌دهندهٔ انطباق قابل قبول بین داده‌های آزمایشگاهی با نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی می‌باشد. با کمک معادلات اندازهٔ حرکت توسعه داده‌شده برای حجم کنترل‌هایی در سیلاب‌دشت‌ها، اندرکنش بین جریان در کانال اصلی و سیلاب‌دشت‌ها برای زوایای اریب و عمق‌های نسبی مختلف، مورد مطالعه قرار گرفته‌است. بررسی‌ها نشان‌دهندهٔ آن است که عموماً به‌دلیل تبادل جرم بین کانال اصلی و سیلاب‌دشت‌ها با افزایش زاویهٔ اریب و عمق آب، نیروی برشی ظاهری در فصل مشترک قائم بین جریان در کانال اصلی و سیلاب‌دشت‌ها افزایش می‌یابد.*

واژه‌های کلیدی شبیه‌سازی عددی، کانال مرکب با سیلاب‌دشت‌های مورب، مدل آشفتگی κ–ε، نیروی برشی ظاهری.

Numerical Study on the Effects of the Floodplains Angles on Interaction between the Main Channel and Floodplains in Skewed Compound Channels

M. M. Seif B. Rezaei

Abstract *In this research an attempt has been made to model flow field in compound channel with skewed floodplains for two skew angles of 5.1º and 9.2º and relative depths of 0.15, 0.24, 0.41 and 0.50. For numerical modelling the k-ε turbulence model and the ANSYS-CFX software were used. The results of numerical modelling of the velocity and boundary shear stress distributions at two selected sections were then compared to the Flood Channel Facility Experimental Data. The study shows that more or less there are good between the experimental data and the results of numerical modelling. Using the momentum equations for the control volumes on the floodplains, the interaction between flow in the main channel and on the floodplains for different skew angles and relative depths has been investigated. The study indicates that in general by increasing the skew angle and water depth due to mass exchange between the subsections, the apparent shear forces at the vertical interface between the main channel and floodplains increases.*

Key Words Numerical modeling, Skewed compound channels, k–ε turbulence model, Apparent shear force.

---

* تاریخ دریافت مقاله ۹۶/۷/۲۳ و تاریخ پذیرش آن ۹۸/۳/۲۹ می‌باشد.

(۱) فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد عمران، مهندسی آب و سازه‌های هیدرولیکی، دانشگاه بوعلی سینا.

(۲) نویسندهٔ مسئول، استادیار، گروه عمران، دانشکدهٔ مهندسی، دانشگاه بوعلی سینا.

Email:b.rezaei@basu.ac.ir

مقدمه

در طبیعت، نهر طبیعی مستقیم با مقطع عرضی منظم به‌ندرت یافت می‌شود. شکل مقطع و پروفیل طولی رودخانه‌ها به‌وسیلهٔ عوامل مختلفی نظیر مشخصات خاک، شرایط توپوگرافی منطقه، رژیم رودخانه و حمل رسوب در طی قرن‌ها شکل داده شده‌است. بنابراین رودخانه‌ها دارای شکل مقطع عرضی کاملاً پیچیده با سیلاب‌دشت‌های غیرمنشوری می‌باشند. سیلاب‌دشت‌ها همواره به دلایل مختلف نظیر داشتن خاک حاصل‌خیز و نزدیکی به ساحل رودخانه مورد توجه بشر قرار داشته و بسیاری از تمدن‌ها در ساحل رودخانه‌های بزرگ شکل گرفته‌اند؛ بنابراین آشنایی با هیدرولیک جریان در سیلاب‌دشت‌ها برای تأمین حفاظت جان انسان‌ها و نیز سازه‌ها و تأسیسات موجود در این نواحی لازم و ضروری است.

در کانال‌های مرکب، توزیع عرضی سرعت تحت تأثیر بالا بودن ضریب زبری بستر و عمق کم جریان سیلاب‌دشتی، به‌شکل قابل ملاحظه‌ای حالت غیریکنواخت دارد. به‌دلیل اختلاف سرعت بین جریان در کانال اصلی و سیلاب‌دشت‌ها، یک لایهٔ برشی در فصل مشترک این نواحی تشکیل می‌شود و در نتیجهٔ آن گردابه‌های بزرگ‌مقیاس با محور قائم و نیز جریان ثانویهٔ مارپیچی شکل درجهت طولی ایجاد می‌شود (تومیناگا و نزو [1]). این در حالی است که در کانال‌های مرکب با سیلاب‌دشت‌های مورب به‌دلیل تبادل جرم و اندازهٔ حرکت از سیلاب‌دشت‌ها به کانال اصلی و برعکس، آشفتگی‌های با مقیاس به‌مراتب بزرگ‌تر در فصل مشترک کانال اصلی و سیلاب‌دشت‌ها به‌وجود می‌آید.

جیمز و بارونز [2] نخستین محققانی بودند که به بررسی آزمایشگاهی جریان در یک کانال مرکب با کانال اصلی مورب نسبت‌به سیلاب‌دشت‌ها پرداختند. آنها دریافتند که به‌دلیل تبادل جرم، شتاب جریان در سیلاب‌دشت واگرا افزایش می‌یابد درحالی‌که در سیلاب‌دشت همگرا کاهش می‌یابد.

الیوت [3]، الیوت و سلین [4] و سلین [5] بااستفاده از تجهیزات مستقر در والینگفورد FCF (Flood Channel Facility) ، به‌صورت آزمایشگاهی جریان در کانال‌های مرکب با سیلاب‌دشت‌های مورب را مورد بررسی قرار دادند. آنها دریافتند که توزیع سرعت و تنش برشی مرزی در کانال اصلی و سیلاب‌دشت‌ها به‌شدت تحت تأثیر جریان عرضی مبادله‌شده بین این نواحی قرار دارد. آنها هم‌چنین بااستفاده از معادلات اندازهٔ حرکت، نیروهای عمل‌کننده بین کانال اصلی و سیلاب‌دشت‌ها را مورد مطالعه قرار دادند. چلبک [6] داده‌های به‌دست‌آمده توسط الیوت [4] و سلین [5] را مجدداً تجزیه‌وتحلیل نمود و با نتایج به‌دست‌آمده از فلوم ۱۸ متری مستقر در دانشگاه بیرمنگهام مورد مقایسه قرار داد.

در رابطه با شبیه‌سازی عددی پزینگا [7] بااستفاده از مدل غیرخطی k–ε به شبیه‌سازی میدان جریان در یک کانال مرکب منشوری پرداخت، او دریافت که مدل آشفتگی مورد نظر قادر به پیش‌بینی جریان ثانویهٔ ناشی از تنش آشفتگی غیرایزوتروپ است. بسیاری از محققان مانند وو و همکاران [8]، فیسچر- آنتز و همکاران [9] و راماش‌واران و نادن [10] برای شبیه‌سازی سه‌بعدی جریان در کانال‌های باز مدل آشفتگی κ–ε را ترجیح داده‌اند. کانگ و چوی [11] به مطالعهٔ جریان در یک کانال مرکب منشوری بااستفاده از مدل آشفتگی تنش رینولدز (Reynolds Stress Model) پرداختند. آنها برای راستی‌آزمایی نتایج شبیه‌سازی عددی، از داده‌های تومیناگا و نزو [1] استفاده کردند.

کوکالجات [12] جریان در کانال‌ها را بااستفاده از دو مدل آشفتگی k–ε و مدل تنش انتقالی رینولدز (Reynolds Stress Transport model) شبیه‌سازی کرد. او دریافت که مدل تنش انتقالی رینولدز قادر است که موقعیت و قدرت سلول‌های جریان ثانویه و نیز

نقش آن را در جابه‌جایی موقعیت سرعت حداکثر به ناحیه‌ای در زیر سطح آب، پیش‌بینی کند، اما در مقابل مدل‌های غیرخطی k-ε قادر به انجام این امر نمی‌باشند.

رایت و همکاران [13] مدل آشفتگی k-ε و مدل‌های مختلف تنش رینولدی را برای مطالعهٔ مشخصات جریان در یک کانال با مقطع عرضی ذوزنقه‌ای به‌کار برد. نتایج این بررسی نشان داد درحالی‌که همهٔ مدل‌های آشفتگی مشخصات کلی جریان را به‌شکل یکسان و مشابه پیش‌بینی می‌کنند، اما نتایج آنها در شبیه‌سازی جریان ثانویه کاملاً متفاوت است.

بیمن [14] بااستفاده از مدل آشفتگی شبیه‌سازی گردابهٔ بزرگ (Large Eddy Simulation) به شبیه‌سازی جریان در کانال اصلی و جریان سیلاب‌دشتی پرداخت. نتایج شبیه‌سازی گردابهٔ بزرگ نشان داد که این مدل با دقت بالایی قادر به شبیه‌سازی جریان‌های ثانویه در جریان‌های درون کانال اصلی و خارج آن (جریان سیلاب‌دشتی) می‌باشد.

رضائی و امیری [15] به شبیه‌سازی جریان در کانال مرکب با سیلاب‌دشت‌های همگرا پرداختند. بدین منظور آنها با کمک نرم‌افزار ANSYS و بااستفاده از مدل آشتفگی k-ε توزیع سرعت و تنش برشی را برای کانال مرکب غیرمنشوری با دو هندسهٔ متفاوت مورد بررسی و با داده‌های آزمایشگاهی مورد مقایسه قرار دادند. نتایج نشان داد که مدل آشفتگی k-ε توانایی شبیه‌سازی توزیع سرعت و تنش برشی را با دقت قابل قبولی دارد و نیز می‌تواند وجود سلول‌های جریان ثانویه در کانال اصلی ناشی از انتقال جرم از سیلاب‌دشت‌ها را به‌خوبی پیش‌بینی نماید.

در این تحقیق سعی بر این شدﻩا ست که میدان جریان در کانال مرکب با سیلاب‌دشت‌های مورب (زوایای اریب ۵/۱ درجه و ۹/۲ درجه) به‌کمک مدل آشفتگیk-ε شبیه‌سازی و اندرکنش جریان بین کانال اصلی و سیلاب‌دشت‌ها مورد مطالعه قرار گیرد.

معرفی کانال مرکب با سیلاب‌دشت‌های مورب

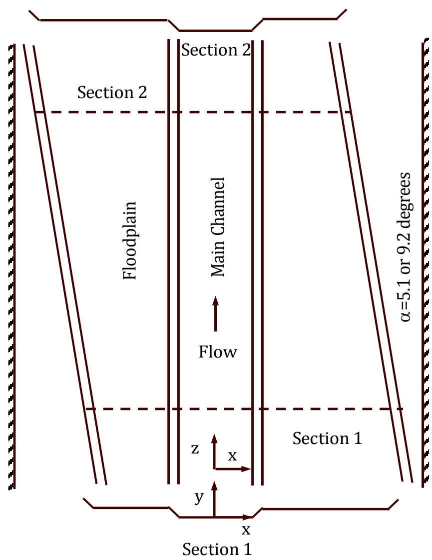
کانال مدل‌شده مشابه کانال آزمایشگاهی FCF مستقر در والینگفورد و مورد استفاده به‌وسیلهٔ الیوت و سلین [4] است که دارای شیب $۱/۰۲۷\times۱۰^{-۳}$، طول ۵۵ متر، عرض ۵/٦ متر و از جنس بتنی صاف است. به‌منظور انجام آزمایش برروی کانال مرکب با سیلاب‌دشت‌های مورب، مقطع عرضی به‌شکل مرکب ذوزنقه‌ای‌شکل با کانال اصلی به‌عرض ۱/۵ متر، عمق ۰/۱۵ متر وشیب دیوارهٔ ۱:۱ تغییر شکل داده شده‌است. هم‌چنین برای ایجاد سیلاب‌دشت‌های مورب، دیواره‌های متحرک در کانال نصب شده‌است. شکل‌های (۱) و (۲) تصویر عمومی، نمای شماتیک و مقطع عرضی کانال آزمایشگاهی مورد استفاده را نشان می‌دهند.

اندازه‌گیری سرعت نقطه‌ای در دو مقطع شمارهٔ ۱ و ۲ به فواصل ۱۰ متری از یکدیگر، بااستفاده از سرعت‌سنج پروانه‌ای با قطر خارجی ١٤ میلی‌متر، در فواصل عرضی به‌ترتیب ۵۰ و ۱۰۰ میلی‌متری در کانال اصلی و سیلاب‌دشت‌ها و نیز فواصل ارتفاعی ۱۰ میلی‌متری انجام شده‌است. هم‌چنین به‌منظور برآورد اندازهٔ حرکت مبادله‌شده بین کانال اصلی و سیلاب‌دشت‌ها، در فواصل طولی ۱ متری، مقادیر سرعت در فصل مشترک بین کانال اصلی و سیلاب‌دشت‌ها اندازه‌گیری شده‌است.

تنش برشی موضعی مرزی نیز بااستفاده از لولهٔ پریستون به‌قطر خارجی ٤/۰۲ میلی‌متر در پیرامون محیط تر شدهٔ کانال با فاصله‌های ۵۰ میلی‌متری برروی دیوارها و نواحی نزدیک دیواره‌ها و ۱۰۰ میلی‌متری در کف کانال اصلی و سیلاب‌دشت‌ها اندازه‌گیری شده‌است. این اندازه‌گیری در همان مقطعی که سرعت متوسط در عمق به‌دست آمده، انجام شده‌است.



شکل ۱ تصویری از کانال مرکب با سیلاب‌دشت‌های مورب (زاویهٔ اریب ۵/۱ درجه) مستقر در والینگفور



شکل ۲ نمای بالا و مقطع عرضی کانال مرکب با سیلاب‌دشت‌های مورب

دینامیک سیال محاسباتی یک ابزار محاسباتی قوی برای شبیه‌سازی میدان جریان در سیالات و پدیدهٔ انتقال حرارت در فرایندهای فیزیکی است. این روش با حل عددی معادلات متوسط‌گیری‌شدهٔ ناویر–استوکس در یک میدان مشخص با شرایط مرزی تعریف‌شده عمل می‌کند.

میدان جریان مدل‌شده در این تحقیق، کانالی است به‌طول ۵۵ متر و عرض ۵/٦ متر، عرض کانال اصلی ۱/۵ متر و سیلاب‌دشت‌های مورب با دو زاویهٔ اریب ۵/۱ و ۹/۲ درجه. شبیه‌سازی برای دبی‌های ۰/۲٦۰، ۰/۳٦۰، ۰/۷۰۰ و ۱/۱۰۰ متر مکعب بر ثانیه متناظر با عمق‌های نسبی(Dr=(H-h)/H) ۰/۱۵، ۰/۲٤، ۰/٤۱ و ۰/۵۰ انجام شده و با داده‌های آزمایشگاهی FCF سری A14 و A15 مقایسه شده‌است (در این رابطه H عمق آب و h عمق کانال اصلی نسبت‌به سیلاب‌دشت‌ها است).

شبیه‌سازی عددی جریان در کانال مرکب با سیلاب‌دشت‌های مورب

معادلات حاکم

معادلات حاکم بر جریان سیال شامل معادلات پیوستگی و اندازهٔ حرکت است. این معادلات برای جریان آشفتهٔ ماندگار سیال تراکم‌ناپذیر به‌صورت تانسوری زیر نوشته می‌شوند:

$$\frac{\partial U_j}{\partial x_j} = 0 \qquad (۱)$$

$$-\frac{\partial P}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j^2} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(-\rho \overline{u_i' u_j'}\right) = \rho \frac{\partial (U_i U_j)}{\partial x_j} \qquad (۲)$$

برای در نظر گرفتن اثرات مربوط به آشفتگی روی مؤلفه‌های سرعت و فشار، جریان به‌صورت مجموع مؤلفه‌های متوسط و نوسانی جای‌گذاری شده‌اند.

$$u_i = U_i + u_i' \qquad (۳)$$

$$p = P + p' \qquad (٤)$$

در این معادلات U_i مؤلفهٔ سرعت متوسط، P فشار متوسط، μ لزجت سیال، ρ جرم مخصوص سیال، $-\rho \overline{u_i' u_j'}$ تنش‌های رینولدز است و بااستفاده از مدل آشفتگی لزجت گردابه‌ای بوسینیسک به‌صورت زیر محاسبه می‌گردد.

$$-\rho \overline{u_i' u_j'} = \mu_t \left[\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right] - \frac{2}{3}\rho k \delta_{ij} \qquad (۵)$$

در معادلهٔ فوق نیز μ_t لزجت آشفتگی، k انرژی جنبشی آشفتگی و δ_{ij} دلتای کرونکر می‌باشد.

معادلات ناویر- استوکس به‌صورت متوسط‌گیری‌شده در زمان یک دستگاه معادلهٔ دیفرانسیل متشکل از چهار معادله با ده مجهول (شامل چهار مجهول U_i و P و شش مجهول تنش‌های رینولدز $(-\rho\overline{u_i'u_j'})$ است. بااستفاده از مدل آشفتگی لزجت گردابه‌ای بوسینیک شش معادلهٔ اضافی به‌دست می‌آید و دستگاه معادلات تکمیل می‌شود.

معرفی مدل آشفتگی k–ε

در این مدل، k انرژی جنبشی آشفتگی است و واریانس نوسانات در سرعت تعریف می‌شود و ε پراکندگی (اتلاف) آشفتگی گردابه‌ای می‌باشد (نرخی که در آن نوسانات سرعت تلف می‌گردد). مدل k–ε دو متغیر جدید در سیستم معادلات وارد می‌کند. در مدل k–ε فرض می‌شود که لزجت آشفتگی به انرژی جنبشی آشفتگی و اتلاف انرژی آشفتگی از طریق معادلهٔ زیر مربوط می‌شود:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{K^2}{\varepsilon} \qquad (٦)$$

که C_μ ثابت است و برابر ۰/۰۹ می‌باشد. مقادیر k و ε به‌صورت مستقیم از معادلات دیفرانسیل انتقال نرخ انرژی جنبشی آشفتگی و نرخ پراکندگی آشفتگی به‌دست می‌آید.

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] + P_k - \rho\varepsilon \qquad (٧)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right] + \frac{\varepsilon}{k}(C_{s1}P_k - C_{s2}\rho\varepsilon) \qquad (٨)$$

در روابط فوق C_{s1}، C_{s2}، σ_κ و σ_ε ثابت‌هایی هستند که به‌ترتیب برابر ۱/٤٤، ۱/۹۲، ۱ و ۱/۳ می‌باشند. P_k نیز معرف تولید آشفتگی به‌وسیلهٔ نیروهای لزجت و شناوری بوده و به‌شکل زیر مدل می‌شود:

$$P_k = \mu_t\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right)\frac{\partial U_i}{\partial x_j} \qquad (٩)$$

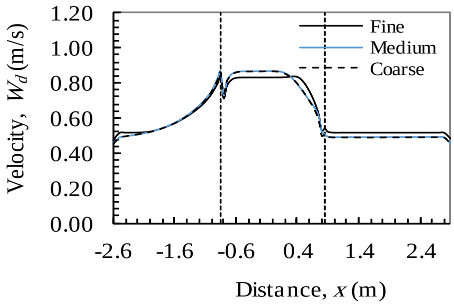
مشخصات شبکه‌بندی انجام‌شده

هندسهٔ کانال بااستفاده از نرم‌افزار ICEMCFX ساخته و شبکه‌بندی شده‌است. برای شبکه‌بندی کانال موردنظر از شبکهٔ بی‌قاعده استفاده شده است. سعی بر این شده که در ایجاد شبکه، المان‌های مربوط به دیوارهٔ کانال اصلی و سیلاب‌دشت‌ها و هم‌چنین فصل مشترک بین کانال اصلی و سیلاب‌دشت‌ها به‌دلیل تغییرات شدید سرعت، ریزتر و در سایر نواحی درشت‌تر انتخاب شوند.

برای بررسی تأثیر اندازهٔ شبکه برروی شبیه‌سازی جریان سه نوع شبکه‌بندی ریز، متوسط و درشت برای کانال مرکب با سیلاب‌دشت مورب (زاویهٔ اریب ٥/۱ درجه) ایجاد شد. ابعاد عناصر سه نوع شبکه طوری انتخاب شده‌است که نسبت آنها از ۱/۳ پیشنهادی توسط سلیک و همکاران [16] کوچک‌تر نباشد. در شکل(۳) نمای شماتیک سه‌بعدی از شبکه‌بندی نشان داده شده‌است. بااستفاده از مدل آشفتگی k–ε و دبی ۰/۳٦۱ متر مکعب در ثانیه، سرعت متوسط در عمق در مقطع شمارهٔ ۱ برای هر سه نوع شبکه‌بندی درشت، متوسط و ریز به‌صورت عددی شبیه‌سازی و با یکدیگر مقایسه شده‌اند (شکل ٤). همان‌طور که در شکل دیده می‌شود با افزایش تعداد گره‌ها از ۲/۲ میلیون (شبکهٔ درشت) به تقریباً ۳ میلیون (شبکهٔ متوسط) نتایج شبیه-سازی به‌صورت ملموسی تغییر نمی‌کند؛ ولی با افزایش تعداد گره‌ها به ۳/۹ توزیع سرعت متوسط در عمق به مقدار خیلی جزئی در کانال اصلی کاهش و سیلاب-دشت سمت راست (سیلاب‌دشت همگرا) افزایش می-یابد.



شکل ۳ نمای شماتیک سه‌بعدی شبکه



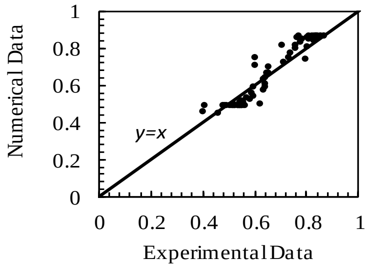
شکل ٤ مقایسهٔ سرعت متوسط در عمق شبیه‌سازی‌شده در مقطع شمارهٔ ۱ برای سه نوع شبکهٔ درشت، متوسط و ریز

به‌منظور مقایسهٔ نتایج شبیه‌سازی با داده‌های آزمایشگاهی، پراکندگی زوج مرتب‌های داده‌های آزمایشگاهی و عددی در اطراف خط ایده‌آل y=x ترسیم و در شکل‌های (۵) نشان داده شده‌است. بررسی شکل‌ها نشان می‌دهد که با افزایش تعداد گره‌ها و درنتیجه کاهش ابعاد شبکه، پراکندگی نقاط در اطراف خط ایده‌آل در ابتدا به‌مقدار جزئی کاهش ولی با ریزتر کردن شبکه این پراکندگی افزایش می‌یابد که به مفهوم کاهش دقت شبیه‌سازی عددی است.

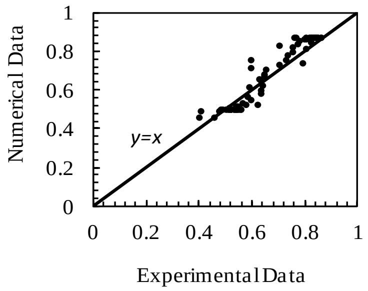
از طرف دیگر افزایش تعداد گره‌ها به مفهوم طولانی شدن زمان اجرای برنامه نیز خواهد بود، بنابراین به‌منظور افزایش دقت شبیه‌سازی عددی و کاهش زمان اجرا، شبکه با اندازهٔ متوسط انتخاب شده‌است.

جدول ۱ جزئیات شبکه‌بندی متوسط به‌کاررفته برای شبیه‌سازی عددی

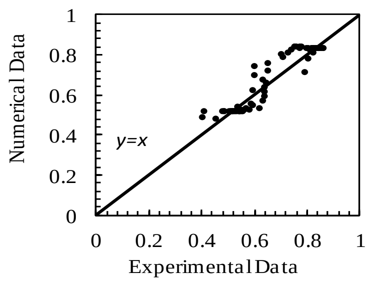
ناحیه	تعداد نقاط	حداکثر طول (m)	حداقل طول (m)
A	۷۰	۰/۰٤	۰/۰۱
B	۲۰	۰/۰۱۱	۰/۰۱
C	۲۰	۰/۰۰۳	۰/۰۰۳
D	۱۵۰	۰/۰٦۲	۰/۰۱



(الف) شبکه درشت



(ب) شبکه متوسط



(ج) شبکه ریز

شکل ۵ نمودار پراکندگی سرعت متوسط در عمق در اطراف خط ایده‌آل برای سه نوع شبکه انتخابی

شرایط مرزی

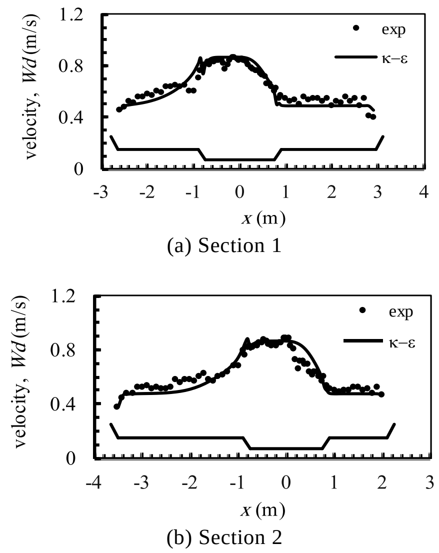
میدان جریان شامل توزیع سرعت و تنش برشی، باا ستفاده از مدل آ شفتگی k–ε و نرم‌افزار ANSYS-CFX و با دقت ۱×۱۰^{-٤} حل شده‌است. شرایط مرزی به قرار زیر است:

(۱) توزیع یکنواخت سرعت در ورودی فلوم، (۲) شرایط توزیع فشار هیدرواستاتیک در خروجی، (۳) از آنجایی که بدنهٔ فلوم از بتن صاف ساخته شده‌است، زبری دیواره‌ها و کف فلوم ۰/۱ میلی‌متر انتخاب شده‌است.

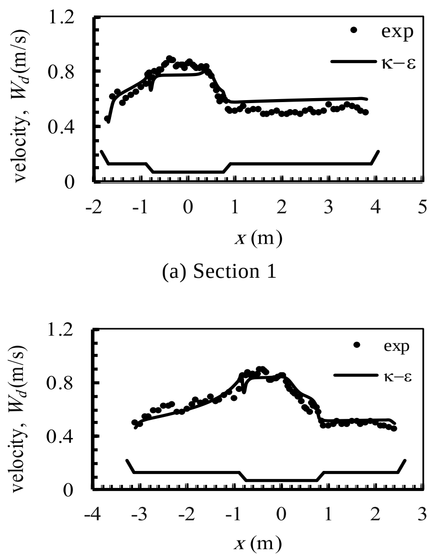
ارائهٔ نتایج

توزیع عرضی سرعت متوسط در عمق

توزیع عرضی سرعت متوسط در عمق برای آزمایش‌های سری A14 و A15 بااستفاده از مدل آشفتگی k-ε در دو مقطع ۱ و ۲، محاسبه و با داده های آزمایشگاهی در همان مقطع مقایسه شده‌است (شکل‌های (٦) و (۷) را ببینید).



شکل ٦ توزیع عرضی سرعت در مقاطع ۱ و ۲ برای کانال مرکب مورب آزمایش سری A14-2



شکل ۷ توزیع عرضی سرعت در مقاطع ۱ و ۲ برای کانال مرکب مورب آزمایش سری A15-2

نتایجی که از برر سی شکل‌ها می‌توان گرفت به قرار زیر است:

۱. انطباق نسبتاً قابل قبولی بین توزیع سرعت اندازه-گیری‌شده و داده‌های به‌دست‌آمده از شبیه‌سازی عددی وجود دارد فقط درمورد آزمایش A15-2 مدل آشفتگی k-ε توزیع سرعت در سیلاب‌دشت همگرا را در مقطع شمارهٔ ۱ زیاد، و در کانال اصلی به‌مقدار جزئی کم برآورد کرده‌است.

۲. سرعت‌ها در سیلاب‌دشت سمت چپ (سیلاب-دشت واگرا) معمولاً بزرگ‌تر از سیلاب‌دشت سمت راست (همگرا) است که این امر می‌تواند ناشی از تغییر شکل هندسی کانال باشد که سبب خروج جریان از سیلاب دشت همگرا و ورود آن به سیلاب‌دشت واگرا می‌شود.

۳. سرعت‌های ماگزیمم به‌جای وسط کانال اصلی در نزدیکی فصل مشترک کانال اصلی و سیلاب‌دشت واگرا (دریافت‌کنندهٔ جریان) اتفاق افتاده و تقریباً ۵۰ درصد بزرگ‌تر از متوسط سرعت در این سیلاب‌دشت است.

٤. با افزایش زاویهٔ اریب سیلاب‌دشت‌ها از ۵/۱ درجه به ۹/۲ درجه اختلاف بین داده‌های آزمایشگاهی و شبیه‌سازی عددی افزایش می‌یابد.

هم‌چنین مقادیر میانگین قدر مطلق خطای نقطه‌ای بین داده‌های آزمایشگاهی و نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی بااستفاده از رابطهٔ (۱۰) محاسبه شده‌است. مقدار متوسط این خطاها برای آزمایش‌های سری A14 در مقاطع اندازه‌گیری ۱ و ۲ به‌ترتیب ۷/٤ درصد و ٤/۹ درصد و برای آزمایش‌های سری A15 در همان مقاطع به‌ترتیب ۷/۵ و ۵ درصد می‌باشد.

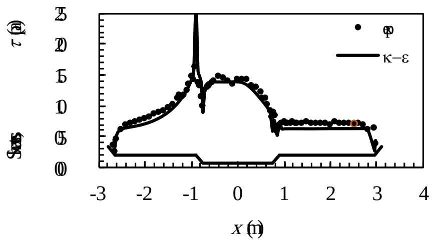
$$\%W_{reeor} = \frac{\Sigma\left|\frac{W_{num}-W_{exp}}{W_{exp}}\right|\times 100}{N} \qquad (۱۰)$$

در این رابطه W_{num} سرعت به‌دست‌آمده از شبیه‌سازی عددی و W_{exp}سرعت اندازه‌گیری‌شده و N تعداد داده‌ها می‌باشد.

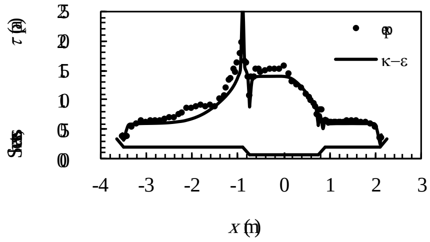
توزیع تنش برشی مرزی

تنش برشی مرزی در کانال‌ها اغلب در آنالیز سیستم-های رودخانه صرف‌نظر می‌شود، اما توزیع تنش برشی مرزی به‌دلیل این‌که در کالیبره کردن مدل‌های پیشرفته، در مطالعهٔ تعادل نیروها و نیز در محاسبات مربوط به انتقال رسوب کاربرد دارد، از اهمیت قابل ملاحظه‌ای برخوردار است. تنش برشی می‌تواند به‌عنوان معیاری برای تعیین محل سلول جریان ثانویه و نیز محل فرسایش و رسوب‌گذاری در کانال‌های طبیعی به‌کار رود.

بااستفاده از مدل آشفتگی k–ε تنش برشی مرزی در کانال اصلی و سیلاب‌دشت‌ها برای دو زاویهٔ اریب ۵/۱ و ۹/۲ درجه محاسبه و با مقادیر آزمایشگاهی مقایسه شده‌است. نتایج حاصل از این شبیه‌سازی برای آزمایش‌های سری A14-2 و A15-2 در شکل‌های (۸) و (۹) نشان داده شده‌است. بررسی تنش‌های برشی مرزی نشان داده‌شده در این شکل‌ها دلالت بر وجود نقطهٔ پیک در فصل مشترک بین کانال اصلی و سیلاب-دشت‌ها سمت چپ (سیلاب‌دشت واگرا) دارد. این نقطه ماگزیمم دارای مقداری به‌اندازهٔ تقریباً ۲/۵ برابر تنش برشی متوسط در کانال است. شدت تنش برشی در سیلاب‌دشت سمت راست (سیلاب‌دشت همگرا) تقریباً ثابت است. مشابه این پدیده در توزیع عرضی سرعت نیز مشاهده شده‌است. در مورد تنش برشی مرزی نیز با افزایش زاویهٔ اریب از ۵/۱ درجه به ۹/۲ درجه اختلاف بین داده‌های آزمایشگاهی و نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی افزایش و دقت مدل آشفتگی k–ε در شبیه‌سازی کاهش می‌یابد.

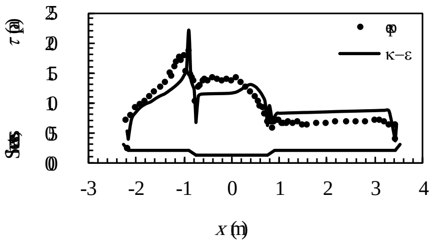


(a) Section 1

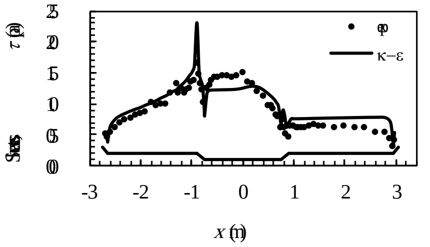


(b) Section 2

شکل ۸ توزیع تنش برشی مرزی در مقاطع ۱ و ۲ برای کانال مرکب مورب آزمایش سری A14-2



(a) Section 1



(b) Section 2

شکل ۹ توزیع تنش برشی مرزی در مقاطع ۱ و ۲ برای کانال مرکب مورب آزمایش سری A15-2

مقادیر میانگین قدر مطلق خطای نقطه‌ای بین داده‌های آزمایشگاهی و نتایج حاصل از شبیه سازی عددی تنش برشی مرزی نیز بااستفاده از رابطهٔ (۱۱) محاسبه شده‌است. مقدار متوسط این خطاها در مقاطع اندازه‌گیری ۱ و ۲ برای آزمایش های سری A14

به‌ترتیب ۱۲/۱ درصد و ۱۰/۵ درصد و برای آزمایش‌های سری A15 در همان مقاطع به‌ترتیب ۱۷/۱ و ۱۴/۲ درصد می‌باشد.

$$\%\tau_{reeor} = \frac{\sum\left|\frac{\tau num - \tau exp}{\tau exp}\right| \times 100}{N} \quad (۱۱)$$

در این رابطه τ_{num} تنش برشی مرزی به‌دست‌آمده از شبیه‌سازی عددی و τ_{exp} تنش برشی اندازه‌گیری‌شده و N تعداد داده‌ها می‌باشد.

نیروهای برشی ظاهری

با مطالعهٔ نیروی برشی ظاهری در فصل مشترک قائم بین کانال اصلی و سیلاب‌دشت‌ها می‌توان به مطالعهٔ اندرکنش بین کانال اصلی و سیلاب‌دشت‌ها پرداخت. به این منظور و برای تعیین نیروی برشی عمل‌کننده در هر ناحیه از کانال، محیط تر شده به تعدادی المان تقسیم و مطابق شکل (۲) نام‌گذاری شده‌است. تنش برشی محاسبه‌شده برای هر یک از المان‌ها به‌صورت عددی انتگرال‌گیری می‌شود تا نیروی برشی در واحد طول کانال به‌دست آید (رابطهٔ ۱۲ را ببینید).

$$SF_i = \sum \tau_j \Delta x_j \quad , \quad i = 1 \ \text{to} \ 7 \quad (۱۲)$$

که در این رابطه SF_i نیروی برشی در واحد طول عمل‌کننده بر ناحیهٔ i ام، τ_j توزیع تنش برشی عمل‌کننده بر ناحیهٔ مورد نظر (i ام) و Δx_j جزء طول در راستای محور عرضی کانال (محور x) می‌باشند.

حال مطابق شکل (۱۰) در سیلاب‌دشت همگرا و بین مقاطع ۱ و ۲ حجم کنترلی به‌طول L (۱۰ متر) در نظر گرفته و معادلهٔ اندازهٔ حرکت را به‌شرح زیر برای آن تنظیم می‌شود.

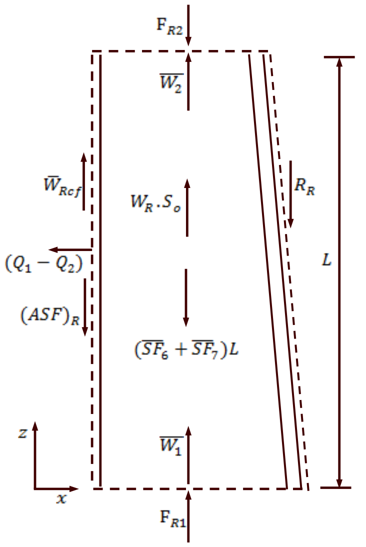
$$F_{R1} - F_{R2} - R_R + W_R S_o - (\overline{SF}_6 + \overline{SF}_7)L$$
$$-(ASF)_R = (Mom)_{R2} + (Mom)_{Rcf} - (Mom)_{R1}$$
(۱۳)

در این رابطه F_{R1} و F_{R2} نیروهای فشار هیدرواستاتیک وارد بر مقاطع شمارهٔ ۱ و ۲، R_R مؤلفهٔ نیروی عکس‌العمل دیواره درراستای محور z، $\overline{SF}_6$ و $\overline{SF}_7$ متوسط نیروهای برشی در واحد طول کانال وارد بر کف و دیوارهٔ سیلاب‌دشت سمت راست (سیلاب‌دشت همگرا)، $(Mom)_{R1}$ و $(Mom)_{R2}$ اندازهٔ حرکت سیال ورودی به حجم کنترل و خروجی از حجم کنترل در امتداد محور z، $(Mom)_{Rcf}$ اندازهٔ حرکت سیال خروجی از فصل مشترک بین سیلاب‌دشت و کانال اصلی در امتداد محور z و $(ASF)_R$ نیروی برشی ظاهری در فصل مشترک بین کانال اصلی و سیلاب‌دشت همگرا است. از آنجایی‌که عمق جریان در طول کانال اریب ثابت است، بنابراین مجموع نیروی فشار هیدرواستاتیک وارد بر مقاطع شمارهٔ ۱ و ۲ با مؤلفهٔ نیروی عکس‌العمل دیواره درراستای جریان برابر و در خلاف جهت یکدیگر هستند، درنتیجه مجموع این سه نیرو برابراست با:

$$F_{R1} - F_{R2} - R_R = 0 \quad (۱۴)$$

بنابراین معادله پس از ساده‌سازی به‌صورت زیر درمی‌آید.

$$W_R S_o - (\overline{SF}_6 + \overline{SF}_7)L - (ASF)_R =$$
$$(Mom)_{R2} + (Mom)_{Rcf} - (Mom)_{R1}$$
(۱۵)



شکل ۱۰ نمای بالای حجم کنترل بین مقاطع شمارهٔ ۱ و ۲ در سیلاب‌دشت سمت راست (سیلاب‌دشت همگرا)

جملات مختلف رابطهٔ (۱۵) از روابط زیر قابل محاسبه خواهند بود.

$$W_R S_o = \rho g V_R S_o \quad (۱۶)$$

$$(Mom)_{R1} = \rho Q_1 \beta_1 \overline{W}_1 \quad (۱۷)$$

$$(Mom)_{R2} = \rho Q_2 \beta_2 \overline{W}_2 \quad (۱۸)$$

$$(Mom)_{Rcf} = \rho (Q_1 - Q_2) \overline{W}_{Rcf} \quad (۱۹)$$

با جای گذاری روابط فوق در معادلهٔ (۱۵) و دوباره‌نویسی آن خواهیم داشت:

$$(ASF)_R = \rho g V_{RL} S_o - (\overline{SF}_6 + \overline{SF}_7)L + \rho(\beta_1 Q_1 \overline{W}_1 - \beta_2 Q_2 \overline{W}_2) - \rho(Q_1 - Q_2)\overline{W}_{Rcf} \quad (۲۰)$$

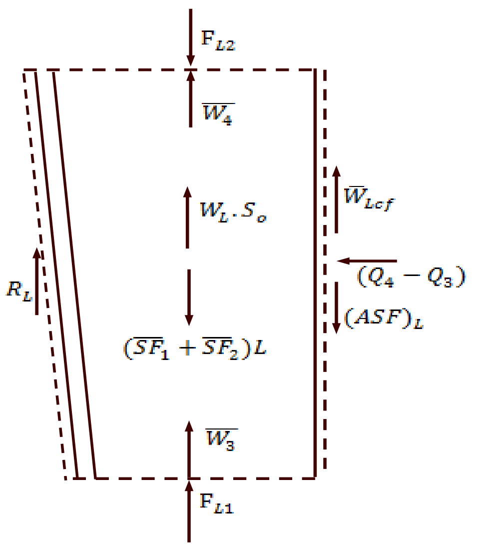
در این رابطه، ρ جرم مخصوص سیال، g شتاب ثقل، V_R حجم سیال در حجم کنترل سمت راست، S_o شیب طولی کانال، β_1 و β_2 ضریب تصحیح اندازهٔ حرکت سیال ورودی و خروجی، Q_1 و Q_2 دبی ورودی به و خروجی از سیلاب‌دشت سمت راست، $\overline{W}_1$ و $\overline{W}_2$ سرعت متوسط جریان در مقاطع شمارهٔ ۱ و ۲، $\overline{W}_{Rcf}$ سرعت متوسط در فصل مشترک بین کانال اصلی و سیلاب‌دشت است. لازم به‌ذکر است که اندیس R معرف پارامترهای مربوط به سیلاب‌دشت سمت راست است.

برای حجم کنترل مشابه در سیلاب‌دشت سمت چپ (سیلاب‌دشت واگرا) می‌توان نوشت:

$$(ASF)_L = \rho g V_L S_o - (\overline{SF}_1 + \overline{SF}_2)L + \rho(\beta_3 Q_3 \overline{W}_3 - \beta_4 Q_4 \overline{W}_4) + \rho(Q_4 - Q_3)\overline{W}_{Lcf} \quad (۲۱)$$

در رابطهٔ فوق V_L حجم سیال در حجم کنترل سمت چپ، $\overline{SF}_1$ و $\overline{SF}_2$ نیروی برشی متوسط در واحد طول کانال وارد بر دیوار و کف سیلاب‌دشت سمت چپ، β_3 و β_4 ضریب تصحیح اندازهٔ حرکت سیال ورودی و خروجی، Q_3 و Q_4 دبی ورودی به و خروجی از سیلاب‌دشت سمت چپ، $\overline{W}_3$ و $\overline{W}_4$ سرعت متوسط جریان ورودی به حجم کنترل و خروجی از حجم کنترل سمت چپ، $\overline{W}_{Lcf}$ سرعت متوسط در فصل مشترک بین کانال اصلی و سیلاب‌دشت است.

با استفاده از معادلات (۲۰) و (۲۱) نیروی برشی ظاهری در فصل مشترک بین کانال اصلی و سیلاب‌دشت‌های همگرا و واگرای کانال مورب با زوایای اریب ۵/۱ درجه و ۹/۲ درجه محاسبه شده و در جدول‌های (۲) تا (۵) آورده شده‌است.



شکل ۱۱ نمای بالای حجم کنترل بین مقاطع شمارهٔ ۱ و ۲ در سیلاب‌دشت سمت چپ (سیلاب‌دشت واگرا)

جدول ٢ جملات مختلف معادلهٔ اندازهٔ حرکت برای سیلاب‌دشت همگرا کانال مرکب اریب با زاویهٔ انحراف ٥/١ درجه

Exp.	Dr	W_RS_o (N)	$(\overline{SF}_6 + \overline{SF}_7)L$ (N)	$(Mom)_{R1}$+ $(Mom)_{R2}$ (N)	$(Mom)_{Rcf}$ (N)	$(ASF)_R$ (N)
A14-1	٠/١٥	٤/٣١	٥/٣٨	-٢/٤٣	٢/٠٥	-٠/٦٩
A14-2	٠/٢٤	٧/٩٩	١٠/٢٤	-١٠/٧٥	٩/١٤	-٠/٦٤
A14-3	٠/٤١	١٧/٤٥	٢٢/٣٦	-٥٢/١٦	٥٣/٤٦	-٦/٢١
A14-4	٠/٥٠	٢٥/٣٠	٣٣/٥١	-١٢٠/٨	١١٢/٦٩	-٠/١١

جدول ٣ جملات مختلف معادلهٔ اندازهٔ حرکت برای سیلاب‌دشت واگرا کانال مرکب اریب با زاویهٔ انحراف ٥/١ درجه

Exp.	Dr	W_LS_o (N)	$(\overline{SF}_1 + \overline{SF}_2)L$ (N)	- $(Mom)_{L1}$+$(Mom)_{L2}$ (N)	$(Mom)_{Lcf}$ (N)	$(ASF)_L$ (N)
A14-1	٠/١٥	٥/٧٤	١٠/٧٨	٢/٠٦	٣/٨٧	-٢/٥٢
A14-2	٠/٢٤	١٠/٦٣	١٨/٨٥	٨/٥٤	١٣/٥٧	-٣/٢٠
A14-3	٠/٤١	٢٣/١٢	٣٥/٤٠	٦٠/٠٩	٥٧/٢٤	-١٥/٨٦
A14-4	٠/٥٠	٣٣/٤٠	٥٠/١٩	١٤٤/٢٤	١٤٨/٣١	-١٢/٧١

جدول٤ جملات مختلف معادلهٔ اندازهٔ حرکت برای سیلاب‌دشت همگرا کانال مرکب اریب با زاویهٔ انحراف ٩/٢ درجه

Exp.	Dr	W_RS_o (N)	$(\overline{SF}_6 + \overline{SF}_7)L$ (N)	$(Mom)_{R1}$+ $(Mom)_{R2}$ (N)	$(Mom)_{Rcf}$ (N)	$(ASF)_R$ (N)
A15-1	٠/١٥	٥/٩٢	١٠/٤٤	-٩/٦١	٥/٩٩	-٠/٨٩
A15-2	٠/٢٤	١١/١١	١٨/٩٢	-٢٩/٥٩	٢٢/٦٨	-٠/٨٩
A15-3	٠/٤١	٢٤/٣٣	٣٤/٤٤	-١٠٩/٩٠	١١١/١٥	-١١/٣٦
A15-4	٠/٥٠	٣٥/٤١	٥٢/٧١	-٢١٨/٨٣	٢١١/٥١	-٩/٩٩

جدول ٥ جملات مختلف معادلهٔ اندازهٔ حرکت برای سیلاب‌دشت واگرا کانال مرکب اریب با زاویهٔ انحراف ٩/٢ درجه

Exp.	Dr	W_LS_o (N)	$(\overline{SF}_1 + \overline{SF}_2)L$ (N)	- $(Mom)_{L1}$+$(Mom)_{L2}$ (N)	$(Mom)_{Lcf}$ (N)	$(ASF)_L$ (N)
A15-1	٠/١٥	٣/٩٣	١١/٥٣	٤/١٧	٧/٤٧	-٤/٢٩
A15-2	٠/٢٤	٧/٤١	١٧/٣٧	٢٤/١٩	٢٧/٩٦	-٦/٢٠
A15-3	٠/٤١	١٦/٣١	٢٥/٧٨	١٠٩/٧٢	١٢٣/٣٣	٤/١٥
A15-4	٠/٥٠	٢٣/٨٥	٣١/٤٨	٢٢١/٩٥	٢٢١/٠٥	-٨/٥٢

با بررسی و مقایسهٔ جدول‌های فوق می‌توان نتایج زیر را استنتاج کرد:

١. مقادیر منفی نیروی برشی ظاهری در فصل مشترک قائم بین کانال اصلی و سیلاب‌دشت‌های همگرا و واگرا بیان‌کنندهٔ این واقعیت است که جریان سریع‌تر در کانال اصلی، جریان در سیلاب‌دشت‌ها را شتاب می‌بخشد.

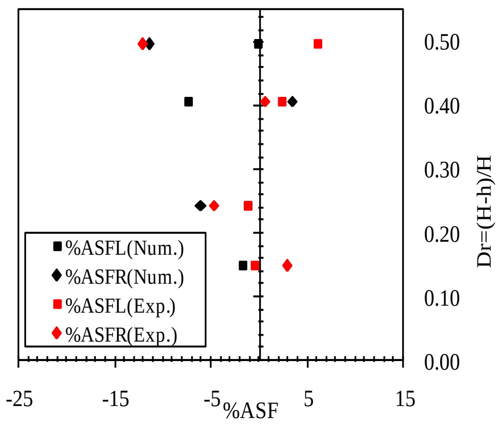
٢. با افزایش عمق جریان عموماً قدر مطلق مقدار نیروی برشی ظاهری در فصل مشترک بین کانال اصلی و سیلاب‌دشت‌ها افزایش می‌یابد.

۳. با افزایش زاویهٔ اریب سیلاب‌دشت، عموماً قدر مطلق نیروی برشی عمل‌کننده در فصل مشترک افزایش می‌یابد که به مفهوم افزایش اندرکنش جریان بین کانال اصلی و سیلاب‌دشت‌ها است. این پدیده می‌تواند ناشی افزایش تبادل جرم و به‌دنبال آن افزایش تبادل اندازهٔ حرکت بین سیلاب‌دشت‌ها و کانال اصلی باشد. نتایج مشابهی در کانال‌های مرکب غیرمنشوری با سیلاب‌دشت‌های همگرا به‌وسیلهٔ رضائی و نایت [17] مشاهده شده‌است.

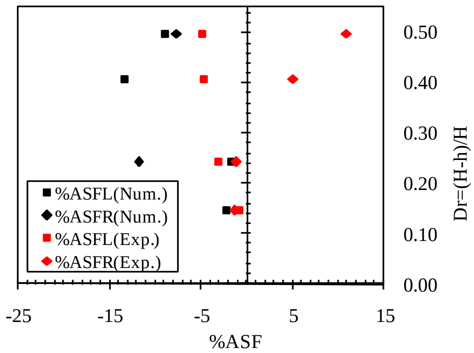
حال می‌توان بااستفاده از رابطهٔ زیر، نیروهای برشی ظاهری را به‌صورت درصدی از نیروی برشی کل مقطع کانال محاسبه و تغییرات آن را برحسب عمق نسبی ترسیم نمود (شکل‌های (۱۲) و (۱۳) را ببینید).

$$\%ASF = \frac{(ASF)}{\rho g A_t L S_o} \times 100 \qquad (۲۲)$$

در این رابطه ASF نیروی برشی ظاهری، A_t مساحت مقطع عرضی کل کانال و S_o شیب کف کانال است.



شکل ۱۲ مقایسهٔ درصد نیروی برشی ظاهری محاسبه‌شده بااستفاده از مدل k–ε و داده‌های آزمایشگاهی در کانال مرکب با سیلاب‌شت‌های مورب ۵/۱ درجه



شکل ۱۳ مقایسهٔ درصد نیروی برشی ظاهری محاسبه‌شده بااستفاده از مدل k–ε و داده‌های آزمایشگاهی در کانال مرکب با سیلاب‌شت‌های مورب ۹/۲ درجه

نتیجه‌گیری

در این تحقیق میدان سرعت در یک کانال مرکب با سیلاب‌دشت‌های مورب با زوایای ۵/۱ درجه و ۹/۲ درجه بااستفاده از مدل آشفتگی k–ε شبیه‌سازی شده و نتایج با داده‌های آزمایشگاهی مقایسه شده‌است. مهم‌ترین نتایج حاصل از این شبیه‌سازی به‌شرح زیر است:

۱. مدل آشفتگی k–ε می‌تواند توزیع سرعت را با دقت قابل قبولی شبیه‌سازی کند.

۲. به‌دلیل تغییر شکل هندسی سیلاب‌دشت‌های کانال مرکب اریب، سرعت حداکثر در نزدیکی فصل مشترک بین کانال اصلی و سیلاب‌دشت واگرا اتفاق می‌افتد.

۳. مقایسهٔ توزیع تنش برشی مرزی شبیه‌سازی‌شده با مقادیر آزمایشگاهی برای کانال مرکب با سیلاب-دشت‌های مورب با زوایای اریب ۵/۱ درجه و ۹/۲ درجه نشان می‌دهد که انطباق قابل قبولی بین آنها برقرار است، اما شبیه‌سازی تنش برشی درمقایسه با توزیع سرعت از دقت کمتری برخوردار است.

٤. نیروهای برشی ظاهری در فصل مشترک عمودی بین کانال اصلی و سیلاب‌دشت‌ها محاسبه شده‌است. علامت منفی نیروهای برشی ظاهری بیانگر اثر افزایندگی جریان کانال اصلی برروی

سرعت جریان در سیلاب‌دشت‌ها می‌باشد.
۵. با افزایش نسبی عمق و نیز زاویهٔ اریب سیلاب-دشت‌ها عموماً قدر مطلق نیروی برشی ظاهری در فصل مشترک قائم بین کانال اصلی و سیلاب‌دشت‌ها افزایش یافته‌است که به مفهوم افزایش اندرکنش بین این قسمت‌ها است.

مراجع

1. Tominaga, A. and Nezu, I., "Turbulent Structure in Compound Open-channel Flows", *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 117, Pp. 21-41, (199).
2. James, M. and Brown, B. J., "Geometric Parameters that Influence Floodplain Flow", Waterways Experiment Section, Hydraulics Laboratory, Department of Defense, US Army Corps of Engineering, (1977).
3. Elliott, S. C. A., "An Investigation into Skew Channel Flow", PhD Thesis, The University of Bristol, (1990).
4. Elliott, S. C. A. and Sellin, R. H. J.,"SERC Flood Channel Facility: Skewed Flow Experiments", *Journal of Hydraulic Research*, IAHR, Vol. 28, Pp. 197-214, (1990).
5. Sellin, R. H. J., "SERC Flood Channel Facility, Experimental data-Series A, Straight two-stage channels, Skewed floodplain boundaries", The University of Bristol, Vol. 1, (1993).
6. Chlebek, J., "Modelling of Simple Prismatic Channels with Varying Roughness Using the SKM and a Study of Flows in Smooth Non-Prismatic Channels with Skewed Floodplains", PhD Thesis, Birmingham University, (2009).
7. Pezzinga, G., "Velocity Distribution in Compound Channel Flows by Numerical Modeling", *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 120, Pp. 1176-1197, (1994).
8. Wu, W., Rodi, W. and Wenka, T., "3D Numerical Modelling of Flow and Sediment Transport in Open Channels", *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 126, Pp. 4-15, (2000).
9. Fischer-Antze, T., Stoesser, T., Bates, P. and Olsen, N. R. B., "3D Numerical Modelling of Open Channel Flow with Submerged Vegetation", *Journal of Hydraulic Research*, IAHR, Vol. 39, Pp. 303-310, (2001).
10. Rameshwaran, P. and Naden, P. S., "Three Dimensional Numerical Simulation of Compound Channel Flows", *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 129, Pp. 645-652, (2003).
11. Kang, H. and Choi, S. U., "Turbulence Modeling of Compound Open-channel Flows with and without Vegetation on the Floodplain Using the Reynolds Stress Model", *Advances in Water Resources*,Vol. 29, Pp. 1650-1664, (2006).
12. Cokljat, D., "Turbulence Models for Non-circular Ducts and Channels", PhD Thesis, City University of London, (1993).
13. Wright, N. G., Crosseley, A. J., Morvan, H. P. and Stoesser, T., "Detailed Validation of CFD for Flows

in Straight Channels", *River Flow*, Naples, Italy, (2004).

14. Beaman, F., "Large Eddy sSimulation of Open Channel Flows for Conveyance Estimation", PhD Thesis, Nottingham University, (2010).
15. Rezaei, B. and Amiri, H., "Numerical Modeling of Flow Field in Compound Channels with Non-prismatic Floodplains", *Journal of Scientia Iranica A*, Vol. 25, Pp. 2413-2424, (2018).
16. Celik, I. B., Ghia, U. and Roache, P. J., "Procedure or Estimation and Reporting of Uncertainty Due to Discretization in CFD Applications", *Journal of Fluids Engineering*, ASME, Vol. 130, Pp. 1-4, (2008).
17. Rezaei, B. and Knight, D. W. "Overbank Flow in cCompound Channels with Non-prismatic Floodplains", *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol.137, Pp. 815-824, (2011).